2007 年北京大学自主招生测试

1. 已知 $f(x)=x^2-53x+196+|x^2-53x+196|$，求 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(50)$。

2. 求证：对任意实数 k，$x^2+y^2-2kx-(2k+6)y-2k-31=0$ 恒过两定点。

3. 解方程组

$$\begin{cases} xy=2x+y-1, \\ yz=2z+3y-8, \\ xz=4z+3x-8. \end{cases}$$

4. 长方体中 a,b,c 为棱长，$a>b>c$，求沿长方体表面从 P 到 Q 的最小距离（其中 P,Q 是长方体对角线两个端点）。