

2022 年南京大学强基计划数学试题（复试）

校订教学版：条件补全、版本选择和教学编拟均有说明，不作为原卷逐字复原。

1. 设整数 $n > 1$ ，证明：

$$\left(\frac{n+1}{3}\right)^n < n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n.$$

2. 设 $\alpha, \beta \in (0, \pi)$ ，且

$$\cos \alpha + \cos \beta - \cos(\alpha + \beta) = \frac{3}{2},$$

求 α, β 。

3. 方程 $x^2 - 6x + 1 = 0$ 的两个根为 x_1, x_2 ，并设

$$a_n = \frac{x_1^n + x_2^n}{2}.$$

1. 求证： $a_n \in \mathbb{Z}$ ；
2. 求 a_{2022} 的个位数。